

шар. Задача эта решается следующим образом: в большой круг большего шара (назовем этот круг экватором) вписывают правильный многоугольник с четным числом сторон ($2n$), так что он содержит в себе большой круг меньшего шара, расположенный в той же плоскости; затем в экватор большего шара вписывают правильный многоугольник с вдвое большим числом сторон ($4n$); потом через вершины этого многоугольника и полюс экватора проводят новые большие круги (меридианы), которые делят, начиная с точек пересечения их с экватором, на столько же частей ($4n$), сколько их имеется в экваторе. Получившиеся точки деления будут тогда вершинами искомого многогранника, боковые грани которого будут состоять из трапеций и треугольников, причем последние расположены около полюса.

Из всего хода доказательства Эвклида ясно следует, что он хотел дать именно это решение, хотя в сохранившемся до нас тексте имеется другое ошибочное решение, предшествующее этому доказательству.

Хотя в данном случае мы не имеем ряда приближенных значений для объемов шаров, но и здесь, как и раньше, можно воспользоваться доказательством путем исчерпывания. Действительно, пусть A и B будут данные шары с радиусами a и b , и пусть C будет шар, концентрический с шаром B и определяемый уравнением:

$$A : C = a^3 : b^3;$$

если $C < B$, то в B можно вписать многогранник B' , объемлющий целиком C , а в A — многогранник A' , подобный B' . С этими многогранниками мы можем тогда поступать точно так, как с величинами A' и B' в приведенном выше доказательстве путем исчерпывания.

Чтобы выяснить полностью логическую ценность доказательства путем исчерпывания, небесполезно будет сравнить его с современными аналогичными методами. Хотя древние ученые абсолютно избегали таких выражений, как „предельное значение бесконечного приближения“, но, как мы уже сказали, фактически доказательство путем исчерпывания дает эти самые значения. В основе всего этого приема лежит даже строгое понятие о пределе, ибо при нем стремятся довести (конечное) приближение до того, чтобы отклонение приближенного значения от предельного значения было меньше всякой данной величины. Таким образом доказательство путем исчерпывания является точным доказательством, антитетическим доказательством однозначности такого способа вычисления или того факта, что две величины, являющиеся при этом способом пределами одних и тех же приближенных значений, равны между собой. Оно, в силу этого, является одним из необходимых элементов всякого законченного, оперирующего с бесконечно-малыми, исследования (*recherche infinitésimale*), притом элементом таким, что всякий раз, когда имеется налицо доказательство путем исчерпывания, можно утверждать,